Experiments de relativitat general en el púlsar binari PSR 1913+16

Daniel Arteaga Barriel*
Universitat de Barcelona

El púlsar binari PSR 1913+16

Els púlsars són estrelles de neutrons en rotació molt ràpida que emeten impulsos periòdics en freqüències de ràdio. L'any 1974 es coneixien un centenar de púlsars. Joseph Taylor i el seu estudiant de doctorat Russell Hulse havien posat a punt un programa de recerca sistemàtica de púlsars, que els havia de permetre trobar-ne uns quants més. Hulse va anar a passar l'estiu de 1974 al radiotelescopi gegant d'Arecibo, de 305 metres de diàmetre, per posar en pràctica el programa de recerca, consistent en la recollida de dades i l'anàlisi posterior a l'ordinador. El 25 d'agost Hulse va observar un senyal de període decreixent, cosa molt sorprenent perquè tots els púlsars coneguts fins aleshores tenien un període extremament estable. Després de repetir la mesura amb resultats idèntics, i descartar les altres possibles fonts d'error, Hulse va pensar que tal vegada el púlsar estava en òrbita juntament amb un company (vegeu fig. 1), i que la variació del període de l'impuls no era una característica intrínseca del púlsar, sinó simplement una conseqüència de l'efecte Doppler causat pel moviment de translació.

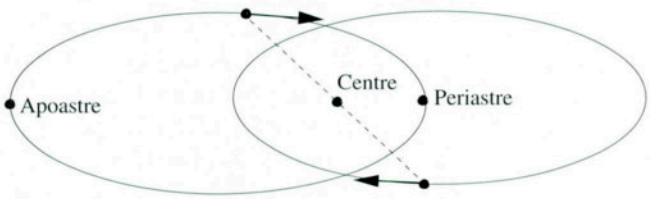

Figura 1: *Òrbita del púlsar binari*

Cap al final de setembre de 1974 Hulse i Taylor havien obtingut un gràfic de la velocitat radial del púlsar en funció del temps (fig. 2). Mitjançant una anàlisi detallada d'aquest gràfic, i fent-ne un ajust a un model keplerià, van determinar que efectivament el púlsar binari formava part d'un sistema binari, i que ell i el seu company estaven en òrbita el·líptica al voltant del centre de masses comú. Mitjançant l'ajust purament newtonià van poder determinar cinc paràmetres keplerians independents de l'òrbita, incloent-hi, entre d'altres, el període de l'òrbita binària —unes 7 h i 45 min— i l'excentricitat —aproximadament 0,6. Els valors de les masses dels púlsars no es poden determinar mitjançant una anàlisi kepleriana com la que Hulse i Taylor van fer.

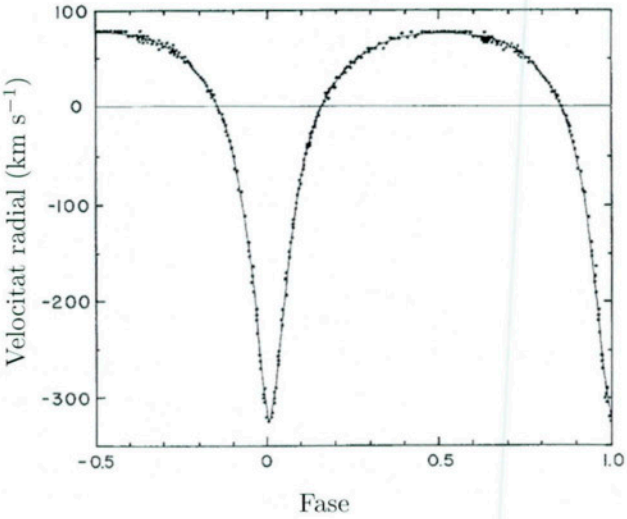

Figura 2: *Velocitat radial del púlsar PSR 1913+16 en funció del temps (en unitats d'un període). Els punts corresponen a mesures del període del púlsar de l'any 1974, i la corba contínua correspon a un ajust a una òrbita kepleriana. Figura extreta de Hulse (1975)*

D'aquesta primera anàlisi de les dades Hulse i Taylor ja van deduir que el púlsar i el seu company es mouen en una òrbita molt excèntrica, amb grans velocitats radials cap a nosaltres, de fins a 300 km/s (aproximadament una mil·lèsima part de la velocitat de la llum), i en presència camps gravitatoris molt intensos. Tot això, unit a l'alta estabilitat del sistema i a l'aparent manca d'altres efectes astrofísics, va fer que Hulse i Taylor s'adonessin que el púlsar PSR 1913+16, anomenat així per les seves coordenades equatorials, era un magnífic laboratori de gravitació relativista.

***Daniel Arteaga Barriel** és llicenciat en Física per la Universitat de Barcelona (2000) i actualment és becari predoctoral de la Generalitat de Catalunya al Departament de Física Fonamental (darteaga@ffn.ub.es).

Teories relativistes de la gravitació

La *relativitat general* d'Einstein és la primera de les teories de gravitació relativistes. La pedra angular de la relativitat general és el *principi d'equivalència*, segons el qual la forma de les lleis de la física en un sistema de referència en caiguda lliure sota un camp gravitatori és la mateixa que en un sistema de referència inercial en absència de gravitació. Així, un observador que tan sols efectuï experiments en una petita regió al seu voltant no pot saber si es troba en un sistema de referència inercial o si bé es troba en caiguda lliure sota un camp gravitatori. La presència d'un camp gravitatori solament es pot percebre en experiments a més gran escala, en els quals la geometria de l'espaitemps es posi en relleu. Des del punt de vista de la relativitat general, l'efecte dels cossos materials és la modificació de la curvatura de l'espaitemps. Així, a diferència de la relativitat especial, en la relativitat general la geometria de l'espaitemps, caracteritzada per la mètrica $g_{\mu\nu}$, deixa de ser una quantitat fixada *a priori* i esdevé dinàmica.

En la relativitat general la relació precisa entre la mètrica i la distribució de matèria ve donada per les *equacions d'Einstein*,

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^2} T_{\mu\nu}, \tag{1}$$

que relacionen la curvatura de l'espaitemps, continguda en el tensor d'Einstein $G_{\mu\nu}$, amb la distribució de matèria, determinada pel tensor d'energia-moment dels camps de matèria presents, $T_{\mu\nu}$. La constant de proporcionalitat entre els dos termes conté la constant de gravitació universal G i la velocitat de la llum c.

Les teories relativistes de gravitació alternatives a la relativitat general es poden dividir en dos grups: les teories purament dinàmiques i les teories amb geometria prèvia. Les *teories purament dinàmiques* accepten el principi d'equivalència i el caràcter dinàmic de la mètrica, però rebutgen les equacions d'Einstein, que substitueixen per altres conjunts d'equacions. Generalment aquestes equacions involucren altres camps (escalars, vectorials o tensorials), i sovint depenen d'un cert nombre de paràmetres arbitraris. Bona mostra d'aquest tipus de teories és la teoria de Brans-Dicke, que, addicionalment a la mètrica $g_{\mu\nu}$, incorpora un camp escalar ϕ i un paràmetre arbitrari ω_{BD}. En el límit $\omega_{\mathrm{BD}} \to \infty$ la teoria de Brans-Dicke esdevé la relativitat general.

D'altra banda trobem les *teories amb geometria prèvia*. En aquesta classe de teories, si bé generalment s'accepta el principi d'equivalència, es rebutja el caràcter dinàmic de la mètrica de l'espaitemps. A banda d'un camp gravitatori dinàmic, que pot ser escalar, vectorial o tensorial, en aquestes teories hi ha una mètrica η no dinàmica, que típicament correspon a la mètrica de Minkowski. Un exemple d'això és l'anomenada teoria bimètrica de Rosen, en la qual trobem un camp gravitatori tensorial dinàmic, i la mètrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$, no dinàmica.

A velocitats baixes, i en presència de camps gravitatoris reduïts, les prediccions de totes les teories relativistes de la gravitació coincideixen amb les de la gravitació newtoniana. Tan bon punt anem a velocitats una mica més altes o ens trobem sota camps gravitatoris més intensos, les prediccions de les diferents teories relativistes de gravitació comencen a diferir entre elles. Per tal de poder analitzar-les conjuntament i comparar-les, s'ha desenvolupat el *formalisme postnewtonià*. El formalisme postnewtonià, aplicat a un determinat sistema gravitatori, consisteix en deu potencials postnewtonians, que depenen del sistema gravitatori estudiat però no de la teoria de la gravitació, i en deu paràmetres postnewtonians, que tan sols depenen de la teoria de la gravitació i no del sistema analitzat. Dit d'una altra manera, el comportament postnewtonià d'una determinada teoria queda completament fixat amb el coneixement d'un conjunt de deu nombres.

Les correccions relativistes en la gravitació newtoniana predites per la relativitat general coincideixen amb les dades experimentals provinents del sistema solar, on el formalisme postnewtonià s'adapta perfectament, amb precisions superiors a l'u per mil. Malgrat l'impressionant valor quantitatiu dels tests al sistema solar, el seu valor qualitatiu és tanmateix limitat, atès que hi ha diverses teories de la gravitació, com per exemple la teoria bimètrica de Rosen, amb uns paràmetres postnewtonians que coincideixen exactament amb els de la relativitat general. Per tant, les prediccions d'aquestes teories són idèntiques a les de la relativitat general amb velocitats baixes i camps gravitatoris petits, tot i que sota altres condicions puguin ser radicalment diferents.[1] Amb experiments al sistema solar no hi ha manera de distingir entre aquestes teories i la relativitat general.

Afortunadament el púlsar binari ha proporcionat un molt bon laboratori on poder comprovar el comportament sota un camp intens de les diferents teories de la gravitació, i per tant ha permès tenir accés a proves que van més enllà del règim postnewtonià. De fet s'ha desenvolupat un formalisme anàleg al formalisme postnewtonià, anomenat *formalisme postkeplerià*, vàlid en condicions de camp intens i especialment adaptat a l'anàlisi de les dades provients del púlsar, que permet analitzar i comparar simultàniament les diferents teories de gravitació. Estudiem-lo breument a continuació.

Formalisme postkeplerià

A diferència de la majoria de sistemes astrofísics, que són enormement complexos, el sistema binari PSR 1913+16 es pot modelar amb un elevat grau de precisió

[1] Per exemple, en la teoria de Rosen els forats negres no existeixen, i la massa màxima possible per a una estrella de neutrons és unes cinc vegades més gran que en la relativitat general.

mitjançant un parell de masses puntuals lligades gravitatòriament, una de les quals està dotada d'un rellotge de precisió atòmica que emet impulsos periòdics. Si el púlsar té una freqüència de rotació $\nu_{\rm p}$, el temps propi d'emissió de l'impuls n-èsim, $T = T_n$, ve donat per

$$n = \nu_{\rm p} T_n + \frac{1}{2}\dot{\nu}_{\rm p} T_n^2 + \frac{1}{6}\ddot{\nu}_{\rm p} T_n^3. \qquad (2)$$

Aquesta no seria sinó l'equació d'un rellotge que emeti clics periòdics i que s'endarrereixi (o s'avanci) molt lentament. Anar fins a les derivades segones és suficient amb caràcter general, atès que, com veurem, el púlsar és extremament estable.

El temps T_n és el temps propi d'emissió de l'impuls n-èsim, que mesuraria un observador provist d'un rellotge i situat al púlsar binari. Aquest temps, per diversos motius, no correspon al temps d'arribada τ_n que nosaltres mesurem. En primer lloc cal considerar que els senyals triguen un cert temps a arribar fins a nosaltres, i que quan el púlsar és a la part més allunyada de l'òrbita aquest temps és més gran que quan és a la part més propera. Això fa que el període aparent entre dos senyals al sistema solar augmenti quan el púlsar s'allunya de nosaltres, i disminueixi quan s'hi acosta. Aquest fenòmen correspon a l'efecte Doppler no relativista, i és el que Hulse i Taylor van tenir en compte en la seva primera anàlisi de les dades.

En segon lloc trobem l'efecte relativista de dilatació temporal. A grans velocitats, o bé sota camps gravitatoris intensos, el temps transcorre més lentament. Per tant el període aparent mesurat al sistema solar és més llarg que el període d'emissió. A més a més, com que el púlsar es mou a velocitats variables i sota camps gravitatoris de diferent intensitat, el període entre dos senyals al sistema solar té petites variacions a causa d'aquest fet. Aquest fenòmen correspon a la contribució relativista a l'efecte Doppler.

En darrer lloc també cal tenir en compte que el púlsar i el company corben l'espai que els envolta. Els senyals del púlsar triguen més a arribar al sistema solar perquè han de viatjar per aquest espai corbat: és l'anomenat efecte Shapiro. Com que la curvatura que atravessen els senyals és variable segons la posició del company, el període aparent entre dos impulsos rebuts també varia lleugerament a causa de l'efecte Shapiro.

Per poder interpretar la distribució temporal dels senyals rebuts a la Terra cal una equació que relacioni el temps propi d'emissió dels impulsos T amb el temps propi d'arribada dels senyals polsants al sistema solar τ, tenint en compte tant els efectes deguts a la relativitat especial com els deguts a la gravitació. Aquesta equació s'anomena *fórmula de cronometratge* i la seva forma general és la següent:

$$\tau = F(T; \{p_i^{\rm K}\}; \{p_j^{\rm PK}\}) \qquad (3)$$

En aquesta darrera equació $\{p_i^{\rm K}\}$ són cinc *paràmetres keplerians* de l'òrbita,

$$\{p_i^{\rm K}\} = \{P_{\rm b}, T_0, e, \omega_0, x = a_1 \sin i\},$$

és a dir: període de l'òrbita, temps de pas pel periastre, excentricitat, posició angular del periastre i projecció del semieix major de l'òrbita sobre l'eix d'observació, respectivament (tots ells mesurats en un cert instant inicial). El significat geomètric d'aquests paràmetres de l'òrbita no és gaire rellevant per al que estudiarem a continuació; el més important és remarcar que a partir d'aquests cinc paràmetres no es poden determinar les masses dels púlsars.

Els paràmetres $\{p^{\rm PK}\}$ són els *paràmetres postkeplerians*, que més endavant detallarem. Podem avançar ja que, de paràmetres postkeplerians, n'hi ha de dues classes: n'hi ha uns que codifiquen els efectes relativistes en la propagació del senyal, que més amunt hem explicat; n'hi ha uns altres que parametritzen les correccions relativistes a l'òrbita newtoniana (en efecte, en la majoria de les teories relativistes de gravitació les òrbites ja no són el·lipses perfectes, sinó que hi ha petites correccions).

En un principi, els paràmetres keplerians de l'orbita i, com a mínim, algun dels postkeplerians es poden determinar experimentalment mitjançant un ajust de les dades en les equacions (2) i (3). D'altra banda, cada teoria relativista de la gravitació fa una predicció dels paràmetres postkeplerians en funció de les masses dels dos cossos, desconegudes, i dels paràmetres keplerians de l'orbita, coneguts,[2]

$$p_j^{\rm PK} = f_j^{\rm teoria}(m_1, m_2; \{p_i^{\rm K}\}). \qquad (4)$$

Remarquem que en aquesta darrera equació les dues úniques incògnites són m_1 i m_2.

La mesura de n paràmetres postkeplerians, a més dels paràmetres keplerians, determina n corbes en el pla (m_1, m_2), la forma de les quals depèn fortament de la teoria de la gravitació considerada. Si la teoria és *correcta* les n corbes s'han de trobar en un punt. Així, dins de cada teoria de la gravitació, la mesura de dos paràmetres postkeplerians proporciona el valor de les masses del púlsar i el company; la mesura de n paràmetres postkeplerians, amb $n > 2$, pot proporcionar $n - 2$ tests independents de la teoria de la gravetat.

De fórmules de cronometratge se n'han proposat diverses en la bibliografia. La que més èxit ha tingut, tant per la seva precisió com pel seu caràcter completament fenomenològic, ha estat la de *Damour i Deruelle*, que ve donada per

$$\tau = D^{-1}[T + \Delta_{\rm R} + \Delta_{\rm E} + \Delta_{\rm S} + \Delta_{\rm A}]. \qquad (5)$$

[2] Addicionalment, en algunes teories de la gravitació haurem d'assumir una equació d'estat per a la matèria de l'estrella de neutrons (no així en la relativitat general).

El significat de cadascun dels termes d'aquesta equació és el següent:

- $\Delta_{\mathrm{R}} = \Delta_{\mathrm{R}}(T; \{p_i^{\mathrm{K}}\}; \dot{\omega}, \dot{P}_{\mathrm{b}}, \delta_\theta, \dot{e}, \dot{x})$ és el *retardament de Römer*, és a dir, el retard degut al temps de propagació dels senyals a través de l'òrbita (correspon a l'efecte Doppler no relativista);
- $\Delta_{\mathrm{E}} = \Delta_{\mathrm{E}}(T; \gamma)$ és l'anomenat *retardament d'Einstein*, degut a les contribucions relativistes a l'efecte Doppler (tant aquelles d'origen cinemàtic com aquelles d'origen gravitatori);
- $\Delta_{\mathrm{S}} = \Delta_{\mathrm{S}}(T; r, s)$ és el *retardament de Shapiro*, degut a la curvatura espacial causada pel púlsar i el company;
- $\Delta_{\mathrm{A}} = \Delta_{\mathrm{A}}(T; A, B)$ és un retardament causat per un efecte d'aberració degut al fet que el púlsar és un objecte rotatiu.
- Finalment, D és un factor Doppler global que té en compte el moviment relatiu entre el sistema del púlsar i el sistema solar.

La fórmula de cronometratge de Damour i Deruelle és una funció dels cinc paràmetres keplerians abans esmentats i de vuit paràmetres postkeplerians. D'entre els paràmetres postkeplerians, tres parametritzen correccions relativistes de la propagació dels senyals: γ, un paràmetre que codifica les contribucions relativistes de l'efecte Doppler, i r i s, dos paràmetres que caracteritzen la forma i intensitat de l'efecte Shapiro. Els altres cinc parametritzen modificacions relativistes de l'òrbita kepleriana: $\dot{\omega}$, el ritme de precessió del periastre de l'òrbita; $\dot{P}_{\mathrm{b}}$, el decreixement del període de l'òrbita; δ_θ, una correcció relativista de l'òrbita newtoniana, i $\dot{e}$ i $\dot{x}$, dues possibles correccions seculars dels paramentes keplerians e i x. Addicionalment la fórmula de cronometratge depèn de dos paràmetres d'aberració A i B i d'un factor Doppler global D. Aquestes tres quantitats es poden reabsorbir en una redefinició dels altres paràmetres; les inexactituds que aquesta reabsorció introdueix, que han estat estimades i en certs casos corregides, són molt petites. Nosaltres ens n'oblidarem d'ara endavant.

Cadascuna de les contribucions Δ_{R}, Δ_{E}, Δ_{S} i Δ_{A} té una expressió analítica ben coneguda, funció dels arguments indicats (que aquí no reproduïm perquè la seva forma precisa és complicada i no té un interès particular). Val la pena remarcar que aquestes expressions són úniques, i vàlides per a qualsevol teoria relativista de la gravitació. Tota la informació sobre la teoria de la gravitació roman codificada en els valors dels paràmetres postkeplerians.

Així, la fórmula de cronometratge de Damour i Deruelle és completament fenomenològica, és a dir, totalment independent de la teoria de la gravitació considerada. Cada teoria de la gravitació fa una predicció dels paràmetres postkeplerians en funció dels paràmetres keplerians i el valors de les masses del púlsar i el company a través de les equacions (4). A tall d'exemple, en la relativitat general aquestes equacions vénen donades per:

$$\dot{\omega} = \frac{6\pi G(m_1+m_2)}{P_{\mathrm{b}} c^2 a(1-e^2)}, \tag{6a}$$

$$\gamma = \frac{e P_{\mathrm{b}} G m_2 (m_1+2m_2)}{2\pi c^2 a(m_1+m_2)}, \tag{6b}$$

$$\dot{P}_{\mathrm{b}} = -\frac{192\pi}{5c^5}\left(\frac{2\pi G}{P_{\mathrm{b}}}\right)^{5/3} \frac{m_1 m_2}{(m_1+m_2)^{1/3}} F(e), \tag{6c}$$

$$r = \frac{G m_2}{c^3}, \tag{6d}$$

$$s = \frac{c x (m_1+m_2)}{a m_2}, \tag{6e}$$

$$\delta_\theta = \frac{G}{c^2 a(m_1+m_2)}\left(\frac{7}{2}m_1^2 + 6m_1 m_2 + 2m_2^2\right), \tag{6f}$$

$$\dot{e} = 0, \tag{6g}$$

$$\dot{x} = 0, \tag{6h}$$

on a, el semieix major de l'òrbita relativa, és una funció de m_1 i m_2 definida implícitament per mitjà de la tercera llei de Kepler amb correccions relativistes,

$$\frac{a^3}{P_{\mathrm{b}}^2} = \frac{GM}{4\pi^2}\left[1 + \left(\frac{m_1 m_2}{M^2} - 9\right)\frac{GM}{2ac^2}\right]^2,$$

on $M = m_1 + m_2$ i $F(e)$ ve donat per

$$F(e) = (1-e^2)^{-7/2}\left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4\right).$$

Resultats experimentals

A continuació exposem una versió molt simplificada del procediment experimental de recollida de senyals. Cadascun dels senyals del púlsar s'enregistra a l'ordinador, juntament amb el temps d'arribada a la Terra $\tau_n^{(\mathrm{Terra})}$, mesurat per un rellotge atòmic, i la incertesa associada a aquesta quantitat σ_n. El temps enregistrat cal corregir-lo dels efectes de dispersió interestel·lar i dels efectes causats pel moviment de la Terra al sistema solar, tots aquests ben coneguts, per tal d'obtenir el temps d'arribada al sistema solar τ_n. Finalment, els temps d'arribada mesurats experimentalment es comparen amb els predits per la fórmula de cronometratge mitjançant un ajust per mínims χ^2,

$$\chi^2 = \sum_n \left(\frac{\tau_n - F(T_n; \{p_i^{\mathrm{K}}\}, \{p_j^{\mathrm{PK}}\})}{\sigma_n}\right)^2, \tag{7}$$

on T_n és el temps d'emissió predit per l'equació (2) i $F(T_n; \{p_i^{\mathrm{K}}\}, \{p_j^{\mathrm{PK}}\})$ és el resultat d'aplicar la fórmula de cronometratge (5). De l'ajust podem extreure els

valors dels paràmetres keplerians, i, si les nostres dades són prou precises, com a mínim algun dels paràmetres postkeplerians.

Paràmetre		Valor
$\alpha(1950{,}0)$	=	$19^{\mathrm{h}}13^{\mathrm{m}}12^{\mathrm{s}}{,}46549(15)$
$\delta(1950{,}0)$	=	$16°01'08''{,}189(3)$
ν	=	$16{,}940539303217(2)\ \mathrm{s}^{-1}$
$\dot{\nu}$	=	$-2{,}47559(2) \times 10^{-15}\ \mathrm{s}^{-2}$
$\lvert\ddot{\nu}\rvert$	<	$6 \times 10^{-27}\ \mathrm{s}^{-3}$.

Taula 1: *Paràmetres astromètrics i de rotació del púlsar PSR 1913+16. Els paràmetres α i δ són l'ascensió recta i la declinació respectivament (en un sistema de coordenades equatorials basat en la posició de l'eix de rotació de la Terra l'any 1950). En la segona columna els dígits entre parèntesi indiquen les incerteses en les últimes xifres*

Paràmetre		Valor
$x = (a_1 \sin i)/c$	=	2,3417592(19) s
e	=	0,6171308(4)
T_0	=	46443,99588319(3) JD
P_{b0}	=	27906,9807804(2) s
ω_0	=	226°,57528(6)

Taula 2: *Paràmetres keplerians de l'òrbita*

L'observació sistemàtica del púlsar binari des de l'any 1976 fins a l'any 1992, juntament amb la millora dels mètodes observacionals al llarg dels anys, la gran estabilitat del púlsar i l'habilitat de connectar conjunts de dades separats per diversos anys, ha permès conèixer els paràmetres astromètrics i de rotació, llistats en la taula 1, i els paràmetres keplerians de l'òrbita, llistats en la taula 2, amb una gran precisió. De les dades de la taula 1, noteu que la rotació del púlsar és extraordinàriament estable, el seu període solament decreix uns 27 ns cada segle.

Paràmetre		Valor
$\dot{\omega}$	=	$4{,}226621(11)°\ \mathrm{any}^{-1}$
γ	=	4,295(2) ms
$\dot{P}_\mathrm{b}$	=	$-2{,}422(6) \times 10^{-12}$
$\lvert\dot{x}\rvert$	<	$2{,}4 \times 10^{-13}$
$\lvert\dot{e}\rvert$	<	$1{,}9 \times 10^{-14}\ \mathrm{s}^{-1}$

Taula 3: *Paràmetres postkeplerians de l'òrbita*

Els paràmetres postkeplerians de l'òrbita, llistats en la taula 3, però, són els que presenten més interès. En primer lloc, dels vuit paràmetres postkeplerians potencialment observables solament s'ha aconseguit mesurar independentment els paràmetres $\dot{\omega}$, γ i $\dot{P}_\mathrm{b}$, i establir fites per als paràmetres $\dot{x}$ i $\dot{e}$.

En les teories relativistes de gravitació les òrbites són corbes aproximadament el·líptiques però que no s'arriben a tancar. El punt de màxima proximitat d'un determinat cos celest en òrbita binària al centre de masses, anomenat *periastre*, es desplaça una mica cada període. Al púlsar púlsar binari s'ha oservat que el desplaçament és en el sentit de translació del púlsar i que el seu ritme, donat per $\dot{\omega}$, és d'uns 4 graus per any, i per tant unes 36.000 vegades superior al ritme de l'avançament del periheli de Mercuri, que és d'uns 43 segons d'arc per segle; aquesta dada ens dóna una idea de la magnitud dels efectes relativistes en el púlsar binari en comparació amb el sistema solar.

Tanmateix, la mesura probablement més espectacular, i sens dubte la que ha tingut més ressò mediàtic, és la del decreixement del període de l'òrbita, $\dot{P}_\mathrm{b} \approx -75\,\mu\mathrm{s/any}$. Aquest decreixement s'interpreta com una conseqüència de la pèrdua d'energia del sistema binari causada per l'emissió d'ones gravitatòries: el sistema binari perd energia, i com a conseqüència d'aquest fet els dos cossos s'acosten i, per tant, el període de translació s'escurça. L'observació del decreixement del període és la primera evidència experimental indirecta de l'existència d'ones gravitatòries, predites per la relativitat general. Val a dir, però, que les ones gravitatòries apareixen en la pràctica totalitat de les teories relativistes de gravitació, així que la mera verificació de la seva existència no constitueix, per ella mateixa, una prova experimental gaire significativa de relativitat general.

Proves de la relativitat general

A continuació aplicarem els resultats experimentals explicats en l'apartat anterior a l'anàlisi de la relativitat general. Tal com hem vist, la mesura simultània de $\dot{\omega}$, γ i $\dot{P}_\mathrm{b}$ proporciona un sistema sobredeterminat d'equacions i, per tant, un test de validesa de la relativitat general, anomenat test $\dot{\omega} - \gamma - \dot{P}_\mathrm{b}$. La relativitat general prediu una corba per a cadascun d'aquests paràmetres en el pla (m_1, m_2). Si la teoria d'Einstein és vàlida, i el sistema binari es tan senzill com estem assumint, llavors les tres corbes s'han de tallar en un punt.

En la pràctica, les incerteses experimentals transformen les corbes paramètriques en bandes d'amplada finita. Com podem observar en la figura 3, les tres bandes experimentals coincideixen en una petita zona, la regió de masses permeses per al púlsar i el company: la relativitat general passa el test $\dot{\omega} - \gamma - \dot{P}_\mathrm{b}$ sense problemes.

Aquest test proporciona una confirmació de la relativitat general que va més enllà del límit postnewtonià, ja que, d'una banda, $\dot{P}_\mathrm{b}$ és una mesura dels efectes radiatius, abans mai comprovats experimentalment; d'altra banda, les tres quantitats estan mesurades en presència de camps gravitatoris molt intensos. Per tant és qualitativament diferent a tots els experiments al sistema solar.

El test $\dot{\omega} - \gamma - \dot{P}_\mathrm{b}$ no solament constitueix una prova

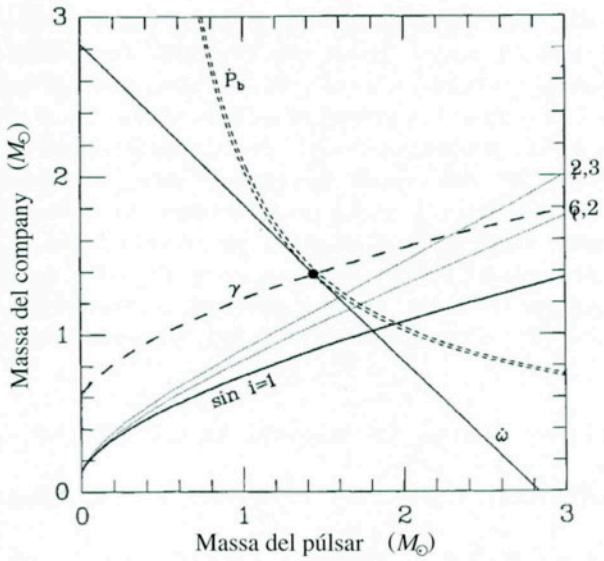

Figura 3: *Valors permesos de les masses dels púlsars d'acord amb la relativitat general i els valors mesurats de $\dot{\omega}$, γ i $\dot{P}_b$. Les tres corbes experimentals marcades amb $\dot{\omega}$, γ i $\dot{P}_b$ s'encreuen en una petita zona, la zona de masses permeses per al púlsar i el company. Figura extreta de J. H. Taylor i J. M. Weisberg, Astrophys. J.* ***345****, 434–450 (1989)*

de relativitat general sinó que a més a més serveix per determinar les masses del púlsar i el company, que vénen donades respectivament per

$$m_1 = 1{,}4411 \pm 0{,}0007\, M_\odot, \qquad m_2 = 1{,}3873 \pm 0{,}0007\, M_\odot.$$

Un cop conegudes les masses de les dues estrelles i els cinc paràmetres keplerians, l'òrbita de la parella binària queda totalment determinada. Val la pena tornar a emfasitzar que amb una anàlisi newtoniana de l'òrbita del púlsar és impossible determinar les masses del púlsar i el company, no importa quina sigui la precisió amb què treballem. Així doncs, en el púlsar binari la relativitat general no és únicament un objecte d'estudi, sinó que també és una eina que ens permet determinar les característiques astrofísiques d'aquest sistema.

Tot i que la millor anàlisi és la que s'obté d'un estudi global de les dades com el que proporciona el test $\dot{\omega} - \gamma - \dot{P}_b$, és il·lustratiu calcular els valors de les masses mitjançant $\dot{\omega}$ i γ, extreure d'aquí el valor predit per a P_b, i comparar aquesta predicció teòrica amb el ritme de decreixement del període de l'òrbita observat experimentalment. En la figura 4 podem visualitzar gràficament l'avançament acumulat del temps de pas pel periastre, tot contrastant els resultats predits teòricament amb les dades experimentals. Novament veiem que l'acord és excel·lent.

Esmentem breument a continuació els resultats de

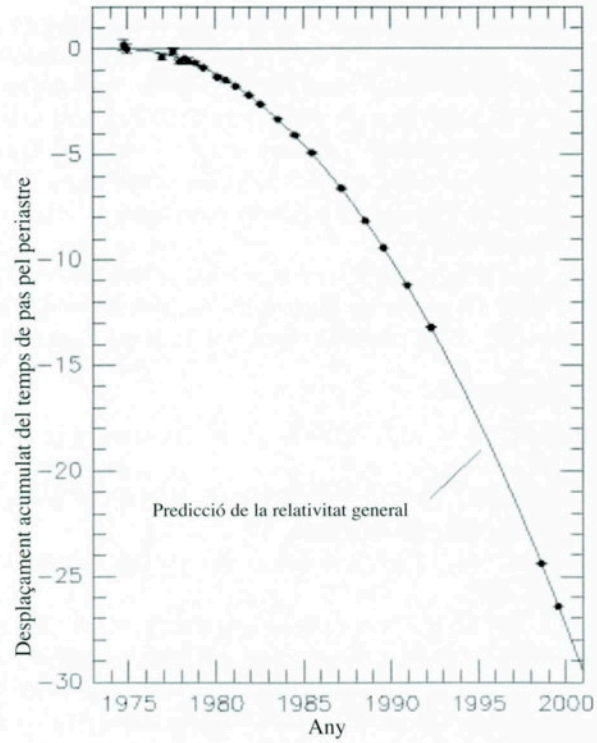

Figura 4: *Avançament acumulat dels temps de pas del periastre degut al decreixement del període causat per l'emissió d'ones gravitatòries. Els valors són relatius a un model no dissipatiu en el qual el període orbital es mantindria fix en el seu valor de setembre de 1974. Els punts són els valors calculats a partir de les dades experimentals, i la línia contínua és la predicció de la relativitat general. Figura extreta de Lorimer (2001)*

l'anàlisi dels paràmetres postkeplerians en dues altres teories de la gravitació. En el cas de la teoria de Brans-Dicke s'ha aconseguit establir una fita $\omega_{BD} > 100$ que no és competitiva amb la fita provinent d'experiments al sistema solar, $\omega_{BD} > 3000$. En canvi, els resultats del púlsar binari permeten descartar immediatament la teoria bimètrica de Rosen, atès que aquesta teoria prediu un augment —i no una disminució, tal com s'ha observat— del període de l'òrbita binària. Recordem que la teoria bimètrica de Rosen té els mateixos paràmetres PPN que la relativitat general, i que per tant no és possible distingir-la de la relativitat general amb experiments al sistema solar.

Conclusions

Hem vist, doncs, que el púlsar binari PSR 1913+16 és un excel·lent laboratori de gravitació relativista, que ha permès estudiar per primera vegada de manera quantitativa la gravitació sota condicions de camp intens, i obtenir la primera evidència indirecta de l'existència d'ones gravitatòries. Allò que probablement fa més atractiu el púlsar binari és la connexió directa entre teoria i experiments, connexió que ve donada pel formalisme postkeplerià.

La importància del púlsar binari va ser reconeguda per l'Acadèmia Sueca de Ciències quan l'any 1993 va atorgar el Premi Nobel de Física a Hulse i Taylor «pel descobriment d'un nou tipus de púlsar, un descobriment que ha obert noves possibilitats en l'estudi de la gravitació». Ha estat la primera, i fins ara, única vegada que el Premi Nobel de Física s'ha concedit a un aspecte relacionat amb la gravitació.

L'estudi de púlsars binaris no s'ha aturat amb el PSR 1913+16. D'entre tots els púlsars binaris trobats a partir de l'any 1974 probablement val la pena destacar el PSR 1534+12, descobert l'any 1991. Els efectes relativistes en aquest púlsar són una mica més petits en general, però el senyal de ràdio és unes quantes vegades més intens i la magnitud de l'efecte Shapiro és molt superior, ja que el púlsar és pràcticament perpendicular al pla d'observació. Els paràmetres r i s, associats a l'efecte Shapiro, s'han pogut mesurar en aquest sistema. L'any 1991 es va poder completar la mesura de cinc paràmetres postkeplerians, $\dot{\omega}$, γ, $\dot{P}_{\rm b}$, r i s, fet que va donar lloc a tres tests independents de gravitació. La relativitat general els ha passat tots satisfactòriament.

Referències

HULSE, R. A. i TAYLOR, J. H., Discovery of a pulsar in a binary system, *Astrophysical Journal*, **195**, L51-L53 (1975).

WEISBERG, J. M., TAYLOR, J. H. i FOWLER, L. A., Gravitational Waves from an Orbiting Pulsar, *Scientific American*, **74**, 66-74 (1981).

WILL, C. M., *The confrontation between general relativity and experiment*, Cambridge University Press, 2a. edició (1993).

WILL, C. M., *¿Tenía razón Einstein?*, Gedisa (1989).

LORIMER, D. R., Binary and millisecond pulsars at the new millenium, *Living Reviews in Relativity*, **4**, 5 (2001). http://www.livingreviews.org/Articles/Volume4/2001-Lorimer/.

ARTEAGA, D., *Tests de relativitat general en el púlsar binari PSR 1913+16*, http://www.ffn.ub.es/darteaga/psr.pdf.

PREMI "JORDI PORTA I JUÉ"

de la Societat Catalana de Física

Convocat per quaranta-unena vegada el 23 d'abril de 2003, serà adjudicat el 22 d'abril de 2004. L'import del premi és de 1000 €.

Es podran concedir fins a dos accèssits.

Poden prendre part en aquesta convocatòria estudiants de qualsevol centre universitari.

Els treballs que aspiraran al premi hauran de ser escrits en català i s'hauran de presentar en dos exemplars escrits a màquina i signats per l'autor, el qual indicarà la seva adreça, així com la facultat o escola on estudia i el curs en què està matriculat. En queden excloses les tesis doctorals.

Farà l'adjudicació un jurat format per tres membres designats per la Junta Directiva de la Societat.

Els premis es faran efectius el dia del lliurament dels premis de l'Institut d'Estudis Catalans.

La Societat no s'obliga a retornar els treballs no premiats que no hauran estat recollits dins els tres mesos següents a la data d'adjudicació dels premis.

El Comitè Editorial de la Revista de Física es compromet a publicar un article del mateix autor basat en el treball premiat.

Les obres aspirants al premi hauran de ser trameses per correu certificat a la Secretaria de la Societat, o bé presentades a la seu de l'Institut d'Estudis Catalans (carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona) abans del 12 de desembre de 2003.